

# 数 学

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题所给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的,请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 6 的倒数是

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $-\frac{1}{6}$                       C. 6                      D. -6

2. 下列运算正确的是

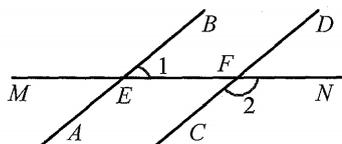
- A.  $a^2 + a^3 = 2a^5$     B.  $a^4 \cdot a^2 = a^6$     C.  $a^3 \div a = a^3$     D.  $(ab^2)^3 = a^3b^5$

3. 地球与月球的平均距离大约为 384000 km,数据 384000 用科学记数法表示为

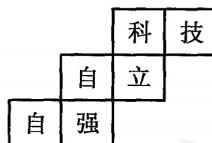
- A.  $3.84 \times 10^4$     B.  $3.84 \times 10^5$     C.  $3.84 \times 10^6$     D.  $38.4 \times 10^5$

4. 如图,直线  $AB \parallel CD$ ,直线  $MN$  分别与直线  $AB$ 、 $CD$  交于点  $E$ 、 $F$ ,且  $\angle 1 = 40^\circ$ ,则  $\angle 2$  等于

- A.  $120^\circ$                       B.  $130^\circ$                       C.  $140^\circ$                       D.  $150^\circ$



(第 4 题图)



(第 5 题图)

5. 全国两会,习近平总书记在参加江苏代表团审议时指出,我们能不能如期全面建成社会主义现代化强国,关键看科技自立自强.将“科技、自立、自强”六个字分别写在某正方体的表面上,如图是它的一种表面展开图,在原正方体中,与“强”字所在面相对面上的汉字是

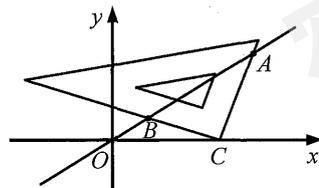
- A. 自                      B. 立                      C. 科                      D. 技

6. 我国古代问题:以绳测井,若将绳三折测之,绳多四尺;若将绳四折测之,绳多一尺.绳长、井深各几何?这段话的意思是:用绳子量井深,把绳三折来量,井外余绳四尺;把绳四折来量,井外余绳一尺.绳长、井深各几尺?若设绳长为  $x$  尺,则可列方程为

- A.  $\frac{1}{3}x - 4 = \frac{1}{4}x - 1$                       B.  $\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{4}x - 1$   
 C.  $\frac{1}{3}x - 4 = \frac{1}{4}x + 1$                       D.  $\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{4}x + 1$



18. 如图,在平面直角坐标系中,点  $A$  在直线  $y = \frac{3}{4}x$  上,且点  $A$  的横坐标为 4,直角三角板的直角顶点  $C$  落在  $x$  轴上,一条直角边经过点  $A$ ,另一条直角边与直线  $OA$  交于点  $B$ ,当点  $C$  在  $x$  轴上移动时,线段  $AB$  的最小值为  $\blacktriangle$ .



(第 18 题图)

三、解答题(本大题共 10 小题,共 96 分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题满分 8 分)

计算:  $(\pi - 3)^0 - 2\sin 60^\circ + |-\sqrt{3}|$ .

20. (本题满分 8 分)

先化简,再求值:  $(1 + \frac{2}{x+1}) \cdot \frac{x+1}{x^2-9}$ , 其中  $x = \sqrt{3} + 3$ .

21. (本题满分 8 分)

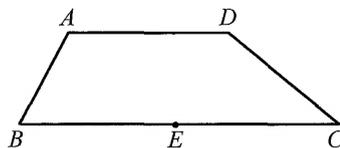
如图,在四边形  $ABCD$  中, $AD \parallel BC$ ,且  $AD = DC = \frac{1}{2}BC$ , $E$  是  $BC$  的中点.下面是

甲、乙两名同学得到的结论:

甲:若连接  $AE$ ,则四边形  $ADCE$  是菱形;

乙:若连接  $AC$ ,则  $\triangle ABC$  是直角三角形.

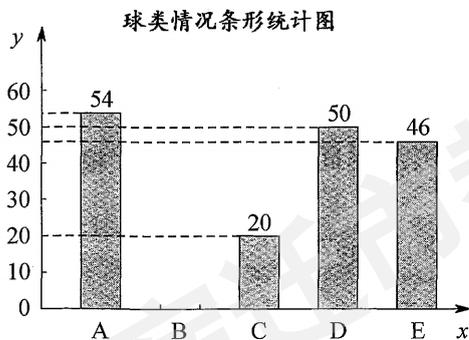
请选择一名同学的结论给予证明.



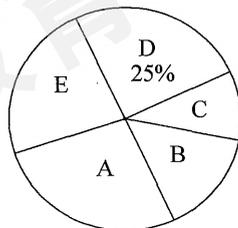
(第 21 题图)

22. (本题满分 8 分)

某校为丰富学生的课余生活,开展了多姿多彩的体育活动,开设了五种球类运动项目:A 篮球,B 足球,C 排球,D 羽毛球,E 乒乓球.为了解学生最喜欢以上哪种球类运动项目,随机抽取部分学生进行调查(每位学生仅选一种),并绘制了统计图.某同学不小心将图中部分数据丢失,请结合统计图,完成下列问题:



球类情况扇形统计图



- (1) 本次调查的样本容量是  $\blacktriangle$ , 扇形统计图中  $C$  对应圆心角的度数为  $\blacktriangle^\circ$ ;  
 (2) 请补全条形统计图;  
 (3) 若该校共有 2000 名学生, 请你估计该校最喜欢“E 乒乓球”的学生人数.

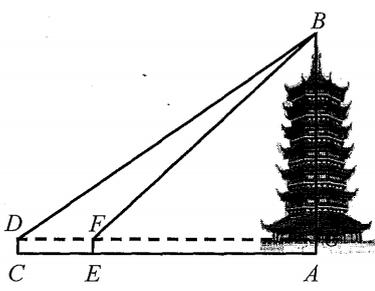
23. (本题满分 10 分)

某校组织七年级学生开展以“讲好红色故事, 传承红色基因”为主题的研学活动, 策划了四条研学线路供学生选择: A 彭雪枫纪念馆, B 淮海军政大礼堂, C 爱国烈士陵园, D 大王庄党性教育基地, 每名学生只能任意选择一条线路.

- (1) 小刚选择线路 A 的概率为  $\frac{1}{4}$  ;  
 (2) 请用画树状图或列表的方法, 求小刚和小红选择同一线路的概率.

24. (本题满分 10 分)

双塔是古黄河宿迁景观带的标志性建筑之一, 由九层的九龙塔和七层的七凤塔构成. 某校数学实践小组开展测量七凤塔高度的实践活动, 该小组制定了测量方案, 在实地测量后撰写活动报告, 报告部分内容如下表:

测量七凤塔高度			
测量工具	测角仪、皮尺等	活动形式	以小组为单位
测量示意图		测量步骤及结果	
		如图, 步骤如下: ①在 C 处使用测角仪测得塔的顶部点 B 的仰角 $\angle BDG = 37^\circ$ ; ②沿着 CA 方向走到 E 处, 用皮尺测得 $CE = 24$ 米; ③在 E 处使用测角仪测得塔的顶部点 B 的仰角 $\angle BFG = 45^\circ$ .	
...			

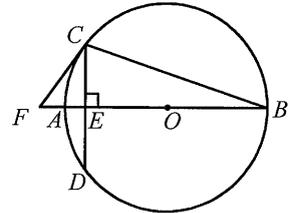
已知测角仪的高度为 1.2 米, 点 C、E、A 在同一水平直线上. 根据以上信息, 求塔 AB 的高度.

(参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ )

25. (本题满分 10 分)

如图, 在  $\odot O$  中,  $AB$  是直径,  $CD$  是弦, 且  $AB \perp CD$ , 垂足为  $E$ ,  $AB = 20$ ,  $CD = 12$ , 在  $BA$  的延长线上取一点  $F$ , 连接  $CF$ , 使  $\angle FCD = 2\angle B$ .

- (1) 求证:  $CF$  是  $\odot O$  的切线;  
 (2) 求  $EF$  的长.



(第 25 题图)

26. (本题满分 10 分)

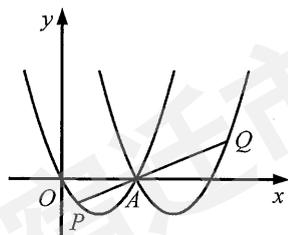
某商店购进  $A$ 、 $B$  两种纪念品, 已知纪念品  $A$  的单价比纪念品  $B$  的单价高 10 元. 用 600 元购进纪念品  $A$  的数量和用 400 元购进纪念品  $B$  的数量相同.

- (1) 求纪念品  $A$ 、 $B$  的单价分别是多少元?  
 (2) 商店计划购买纪念品  $A$ 、 $B$  共 400 件, 且纪念品  $A$  的数量不少于纪念品  $B$  数量的 2 倍, 若总费用不超过 11000 元, 如何购买这两种纪念品使总费用最少?

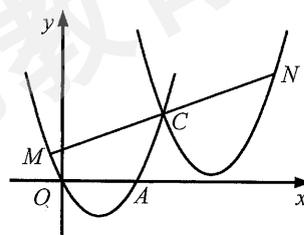
27. (本题满分 12 分)

如图①, 已知抛物线  $y_1 = x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于两点  $O(0, 0)$ 、 $A(2, 0)$ , 将抛物线  $y_1$  向右平移两个单位长度, 得到抛物线  $y_2$ . 点  $P$  是抛物线  $y_1$  在第四象限内一点, 连接  $PA$  并延长, 交抛物线  $y_2$  于点  $Q$ .

- (1) 求抛物线  $y_2$  的表达式;  
 (2) 设点  $P$  的横坐标为  $x_P$ , 点  $Q$  的横坐标为  $x_Q$ , 求  $x_Q - x_P$  的值;  
 (3) 如图②, 若抛物线  $y_3 = x^2 - 8x + t$  与抛物线  $y_1 = x^2 + bx + c$  交于点  $C$ , 过点  $C$  作直线  $MN$ , 分别交抛物线  $y_1$  和  $y_3$  于点  $M$ 、 $N$  ( $M$ 、 $N$  均不与点  $C$  重合), 设点  $M$  的横坐标为  $m$ , 点  $N$  的横坐标为  $n$ , 试判断  $|m - n|$  是否为定值. 若是, 直接写出这个定值; 若不是, 请说明理由.



(第 27 题图①)



(第 27 题图②)

28. (本题满分 12 分)

在综合实践活动课上,同学们以折叠正方形纸片展开数学探究活动.

**【操作判断】**

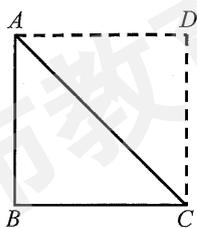
操作一:如图①,对折正方形纸片  $ABCD$ ,得到折痕  $AC$ ,把纸片展平;

操作二:如图②,在边  $AD$  上选一点  $E$ ,沿  $BE$  折叠,使点  $A$  落在正方形内部,得到折痕  $BE$ ;

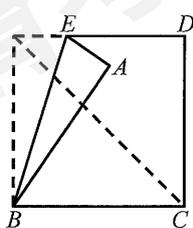
操作三:如图③,在边  $CD$  上选一点  $F$ ,沿  $BF$  折叠,使边  $BC$  与边  $BA$  重合,得到折痕  $BF$ .

把正方形纸片展平,得图④,折痕  $BE$ 、 $BF$  与  $AC$  的交点分别为  $G$ 、 $H$ .

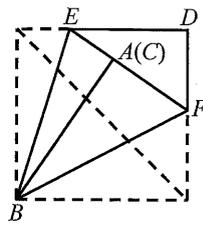
根据以上操作,得  $\angle EBF = \triangle \quad \circ$ .



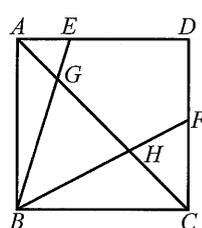
(第 28 题图①)



(第 28 题图②)



(第 28 题图③)



(第 28 题图④)

**【探究证明】**

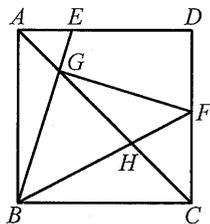
(1)如图⑤,连接  $GF$ ,试判断  $\triangle BFG$  的形状并证明;

(2)如图⑥,连接  $EF$ ,过点  $G$  作  $CD$  的垂线,分别交  $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$  于点  $P$ 、 $Q$ 、 $M$ .

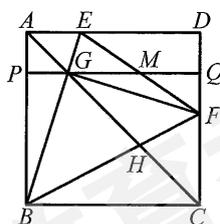
求证:  $EM = MF$ .

**【深入研究】**

若  $\frac{AG}{AC} = \frac{1}{k}$ ,请求出  $\frac{GH}{HC}$  的值(用含  $k$  的代数式表示).



(第 28 题图⑤)



(第 28 题图⑥)